

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
"БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ"



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе  
В.Р.Стемпницкий  
2023г.

**ПРОГРАММА**

вступительного экзамена в аспирантуру  
по специальности  
05.13.18

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ  
И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ»

Минск, 2023

Программа составлена на основании базовых учебных планов по специальностям 1-310304 «Информатика» и 1-40 01 03 «Информатика и технологии программирования» первой ступени высшего образования

СОСТАВИТЕЛИ:

Волорова Н.А. – кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой информатики

Сиротко С.И. – кандидат физико-математических наук, доцент

Рассмотрена и рекомендована к утверждению на кафедре информатики (протокол № 12 от 26 июня 2023 г.)

Заведующая кафедрой



Н.А.Волорова

Одобрена и рекомендована к утверждению методической комиссией факультета компьютерных систем и сетей (протокол № 11 от 29 июня 2023 г.)

Председатель



Нестеренков С.Н.

## СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### Раздел 1. Основные математические понятия. Основы математического моделирования

#### Тема 1.1. Основные понятия математики

Элементы теории множеств. Понятие множества, операции над множествами. Бинарное отображение. Понятие мощности множества. Эквивалентность множеств. Отображение, разбивка на классы. Алгебраические структуры. Группы, фактор-группы, подгруппы и инвариантные подгруппы, группы подстановок. Кольца. Поля, конечные поля. Линейные и нормированные пространства.

Основы математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисление. Функции многих переменных. Числовые ряды. Функциональные и степенные ряды, область сходимости. Основы теории дифференциальных уравнений (задача Коши, линейные уравнения и системы уравнений). Экстремальные задачи. Необходимые условия экстремума в конечномерных пространствах. Задачи математического программирования. Правило множителей Лагранжа..

Алгебра логики. Булевы функции. Базис Основы теории графов. Графы и сети. Операции на графах. Отношения на множествах и графы. Деревья и сети. Исчисление высказываний: тавтологии, полные системы связок, аксиоматизации. Нормальные формы; полнота и замкнутость; теорема о полноте. Теории первого порядка: язык, интерпретация, основные свойства теорий, теоремы дедукции и полноты. Формальная арифметика: теоремы неполноты Геделя.

Интуитивные свойства алгоритмов. Частично рекурсивные функции, функции, которые вычисляются на машинах с неограниченными регистрами, машины Тьюринга и нормальные алгоритмы Маркова. Сложностная классификация задач. Комбинаторные алгоритмы. Основные алгоритмы сортировки и их сложностной анализ.

Примитивно рекурсивные, рекурсивные, общерекурсивные и частично рекурсивные функции. Рекурсивные и рекурсивно пересчитанные предикаты.

Алгоритмические проблемы: разрешимые, неразрешимые и частично разрешимые.

Случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Закон больших чисел, теоремы Чебышева, Маркова и Бернулли. Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса. Основные распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Распределение функции от случайной величины. Независимость случайных величин. Многомерная функция распределения. Математические ожидания и дисперсии основных случайных величин. Коэффициент корреляции и его свойства. Формулировки предельных теорем: теорема Пуассона, локальная теорема Муавра-Лапласа, центральная предельная теорема.

#### Тема 1.2. Математическое моделирование

Понятия математической модели динамического процесса. Проверка и критерий достоверности математической модели. Соотношение натурального и математического моделирования. Области эффективного приложения математического моделирования. Вычислительный эксперимент. Технологическая цепочка вычислительного эксперимента.

Основные этапы моделирования. Предварительное исследование моделируемого объекта. Постановка задачи и определение типа моделирования. Требования к модели.

Математические методы моделирования систем. Основные подходы к построению математических моделей систем. Формализация процессов функционирования сложных систем.

Имитационное моделирование. Последовательность создания имитационных моделей сложных систем. Требования к имитационным моделям. Основные этапы

моделирования. Классификация имитационных моделей. Сравнительный анализ языков имитационного моделирования. Обработка и анализ результатов моделирования.

Задача статистического оценивания параметров. Свойства статистических оценок. Методы статистического оценивания. Использование априорной информации (байесовский подход). Статистическая проверка гипотез. Основные типы гипотез, проверяемых в результате статистической обработки данных. Общая схема статистического критерия. Построение статистического критерия, принцип отношения правдоподобия. Характеристики качества статистического критерия. Последовательная схема принятия решения.

## **Раздел 2. Численные методы**

### **Тема 2.1. Методы решения алгебраических уравнений и их систем, оптимизации и аппроксимации**

Матрицы и матричные нормы. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ): Гаусса, главного элемента, квадратного корня, прогонки. Итерационные методы решения СЛАУ (метод простых итераций и метод Зейделя), их сходимость, сравнение методов. Принцип сжимающих отображений и его приложения.

Проблема собственных значений. Методы Данилевского и Якоби.

Численные методы решения алгебраических уравнений и систем уравнений: методы простых итераций, метод секущих и касательных, метод Ньютона. Сходимость и скорость сходимости численных методов, сравнение методов.

Основные численные методы безусловной оптимизации (градиентные методы, метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов, методы штрафных функций). Линейное программирование. Симплекс-метод.

Аппроксимация функций. Задача интерполяции. Интерполяционные многочлены Лагранжа, Ньютона, Ньютона-Грегори. Равномерное и среднеквадратичное приближение. Точки чебышевского альтернанса и теорема Чебышева. Многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения. Метод наименьших квадратов. Сплайны. Интерполяция сплайнами.

Методы численного дифференцирования и интегрирования. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса, Чебышева.

### **Тема 2.2. Численное решение задачи Коши и краевых задач**

Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Методы Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса для решения задач Коши. Их сравнение.

Уравнения в частных производных. Основные понятия теории разностных схем. Методы сведения задач к дискретным (разностным) аналогам. Порядок аппроксимации. Сходимость. Устойчивость. Разностные схемы для уравнений эллиптического, параболического и гиперболического типов.

## **Раздел 3. Организация данных и систем. Теория и практика программирования**

### **Тема 3.1. Модели структур данных и СУБД**

Машинное представление различных структур данных. Математические модели структур данных. Общие концепции СУБД; четыре модели данных: реляционная, иерархическая, объектно-ориентированная и сетевая. Требования к СУБД.

Языки манипулирования данными для реляционной модели: алгебра реляций Кодда, исчисление на кортежах и доменах; эквивалентность. Язык SQL и его версии.

Защита баз данных: целостность, безопасность, администрирование СУБД в сетях.

### **Тема 3.2. Структуры вычислительных систем**

Типы и компоненты структур вычислительных систем (ВС).

Понятие архитектуры вычислительной системы. Вычислительные и логические возможности, аппаратные средства, программное обеспечение. Элементы архитектуры традиционных ВС. Структура и формат команд. Способы адресации. Особенности адресации и системы команд современных ВС.

Принципы организации многоуровневой памяти. Проблемы организации памяти мультимикропроцессорных систем. Динамическое распределение памяти. Сегментная и страничная организация памяти. Виртуальная память. Защита памяти. Алгоритмы управления многоуровневой памятью.

Защита по привилегиям в ВС. Передача управления через уровни привилегий.

Задачи и процессы. Структуры: список готовности, блоки управления процессами. Операции над процессами, координация и синхронизация процессов. Особенности управления процессами в ВС различной структуры.

### **Тема 3.3. Конструирование программ и языки программирования**

Объектно-ориентированное программирование. Основные понятия объектно-ориентированного программирования. Инкапсуляция, наследование, полиморфизм. Классы. Конструкторы и деструкторы. Разработка библиотек классов.

Лингвистическое обеспечение. Языки программирования высокого уровня. Традиционные технологии программирования. Структурное программирование. Средства ускоренной разработки программ.

Непроцедурные языки программирования. Параллельные алгоритмы, классификация, особенности, модели и методы оценки эффективности. Лингвистическое обеспечение параллельного программирования.

Операционная система Windows. Многозадачность в Windows. Взаимодействие процессов. Организация ввода-вывода, работа с файлами.

Трансляторы. Компиляторы и интерпретаторы. Элементы теории трансляции. Лексика, синтаксис и семантика языка программирования.

Надежность и безопасность программ. Защита программ и данных. Спецификация, верификация, тестирование и отладка программного обеспечения. Характеристики качества.

Организация взаимодействия программ различного уровня и на разных языках. Модульное программирование. Сложности, возникающие при разработке многомодульной многоязыковой системы.

### **Тема 3.4. Компьютерные сети**

Компьютерные сети. Структура компьютерных сетей. Основные виды протоколов в сетях. Глобальная сеть Internet, главные принципы построения и использование.

Сетевые службы и серверы, их классификация и свойства. Программирование для компьютерных сетей. Средства программирования сетевых приложений. Технические средства реализации сетей. Защита информации в сетях.

## Литература

### К разделу 1

- [1] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480с.
- [2] Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. .
- [3] Гультияев А.К. MATLAB 5.2. Имитационное моделирование в среде Windows: практическое пособие. – СПб,: КОРОНА принт, 1999.
- [4] Джеймс А. Андерсон. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2003.
- [5] Закревский А.Д., Поттосин Ю.В., Черемисинова Л.Д., Логические основы проектирования дискретных устройств. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
- [6] Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. – М.: Мир. 1983.
- [7] Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – Г.: Наука. 1989.
- [8] Кураев А.А., Байбурун В.Б., Ильин Е.М. Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. – Минск: Наука и техника, 1990.
- [9] Липницкий В. А. Современная прикладная алгебра. Математические основы защиты информации от помех и несанкционированного доступа. – Мн.: БГУИР, 2005.
- [10] Новиков Ф.А. Дискретная математика. С.-Петербург: Питер, 2017.
- [11] Письменный Д. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис Пресс. 2015.
- [12] Рейзлин В. Математическое моделирование. – М.: Юрайт, 2016.
- [13] Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. – М.: Наука, 1997.
- [14] Стройникова Е.Д. Основы прикладной алгебры. – Минск: БГУИР, 2010.
- [15] Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – С.-Петербург: Лань. 2007.
- [16] Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов. – М.: Техносфера. 2005.

### К разделу 2

- [17] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бинوم. 2004.
- [18] Воеводин В.В. Численные методы алгебры: теория и алгоритмы. – М.: Наука. 1966.
- [19] Волков В.М. Численные методы. – Минск: БГУ. 2016.
- [20] Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы высшей математики. – Минск: Высшая школа. Т.1. 1972. Т.2. 1975.
- [21] Мацокин А.М., Сорокин С.Б. Численные методы. – Новосибирск, НГУ. 2006.
- [22] Самарский А.А. Введение в численные методы. – С.-Петербург: Лань. 2009.
- [23] Соловьев В.П., Кривоносова Т.М. Основы численных методов. – Минск: БГУИР. 2008.
- [24] Хайрег Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир. 1990.

### К разделу 3

- [25] Андерсен Р. Доказательство правильности программ. – М.: Мир. 1982.
- [26] Архитектура, протоколы и тестирование открытых информационных сетей. Толковый словарь. – М.: Фин. и стат., 1990.
- [27] Боуман Дж., Эмерсон С., Дарновели М. Практическое руководство по SQL. – К.: Диалектика. 1997.
- [38] Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование. – К.: Бинум, Спб., 1998

- [29] Гамма, Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. СПб.: Питер, 2011. – 368 с.
- [30] Гарсия-Молина, Г., Ульман, Дж.Д., Уидом, Дж. Системы баз данных. Полный курс. – Мзд-во «Вильямс», 2017. – 1088 с.
- [31] Грей П. Логика, алгебра и базы данных. – М.: Машиностроение. 1989.
- [32] Грис Д. Наука программирования. – М.: Мир, 1994.
- [33] Дейт К. Введение у системы баз данных. – К.: Диалектика, 1998.
- [34] Завгородний, В.И. Комплексная защита информации в компьютерных системах – М.: Логос, 2001.
- [35] Зельковиц М., Шоу А., Гэннон Дж. Принципы разработки программного обеспечения. – М.: Мир, 1982.
- [36] Йодан Э. Структурное проектирование и конструирование программ. – М.: Мир, 1979.
- [37] Козачок, В. Основы организационного обеспечения информационной безопасности объектов информатизации. – Гелиос АРВ, 2005.
- [38] Лингер Р., Милле Х., Уатт Б. Теория и практика структурного программирования. – М.: Мир, 1982.
- [39] Логическое программирование. Сб. статей. – М.: Мир, 1988.
- [40] Математическая логика в программировании. Сб. статей. – М.: Мир, 1990.
- [41] Мейер Д. Теория реляционных баз данных. – М.: Мир, 1987.
- [42] Немец Э., Хейн Т.Р., Снайдер Г. UNIX и Linux. Руководство системного администратора: Пер. с англ. – Изд-во «Вильямс», 2020. – 1168 с.
- [43] Нэш, Т. С# 2010: ускоренный курс для профессионалов. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2010. – 592 с.
- [44] Пратт Т. Языки программирования: разработка и реализация. – М.: Мир, 1979.
- [45] Рихтер, Дж. CLR via C#. Программирование на платформе Microsoft .NET Framework 4.0 на языке C#. – СПб.: Питер, 2012. – 928 с.: ил.
- [46] Рихтер, Дж. Windows для профессионалов / Дж. Рихтер. – СПб.: Питер, 2000. – 752 с.
- [47] Робачевский А.М. Операционная система UNIX. – СПб.:BNV-СПб, 1997.
- [48] Руссинович, М. Внутреннее устройство Microsoft Windows. / М. Руссинович, Д. Соломон, А. Ионеску, П. Йосифович. – 7-е изд. – СПб.: Питер, 2019. – 944 с.
- [49] Стивенс, У.Р., Феннер Б., Рудолфф Э.М. UNIX. Разработка сетевых приложений – СПб.: Питер, 2007.
- [50] Танненбаум, Э. Современные операционные системы. / Э. Танненбаум, Х. Бос. – 4-е изд. – СПб.: «Питер», 2018. – 1120 с.
- [51] Таненбаум, Э., Вудхалл, А. Операционные системы. Разработка и реализация. – СПб.: Питер, 2007.
- [52] Страуструп, Б. Язык программирования C++. – М.: Бином, 2011.
- [53] Троелсен, Э., Джепикс, Ф. Язык программирования C# 9 и платформа .NET 5: основные принципы и практики программирования. / Пер. с англ. Ю.Н. Артеменко. – Изд-во «Диалектика», 2022. – 1392 с.: ил.
- [54] Фаулер, М. Архитектура корпоративных программных приложений. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2008. – 544 с.
- [55] Хейлсберг, А. Язык программирования C#. Классика Computers Science. – СПб.: Питер, 2012. – 784 с.: ил.
- [56] Хендерсон П. Функциональное программирование. Применение и реализация. – М.: Мир, 1983.
- [57] Хоггер К. Введение в логическое программирование. – М.: Мир, 1988.
- [58] Шамс Н.К. Основы C++ и объектно-ориентированного программирования. – К.: Диалектика, 1996.
- [59] Шилдт Г. C++. Полное руководство. / Пер. с англ. Д.А. Ключин; Под ред. С.Н. Тригуб. – Изд-во Вильямс, 2018. – 800 с.